

Examen 2022: Physique Atomique et Moléculaire

Mercredi 7 décembre 2022

-- TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ EST INTERDIT --

1. Question de cours

- En ne tenant compte que des interactions d'origine électrostatique, écrire le Hamiltonien H qui décrit l'atome d'Hélium en explicitant chaque terme. Parmi ces termes, lequel serait négligé dans l'approximation à électrons indépendants ?
- Dans cette dernière approximation, calculer l'énergie de l'atome d'Hélium dans son état fondamental. On rappelle l'expression de l'énergie d'un hydrogénéoïde $E_n = -\frac{Z^2 E_I}{n^2}$, avec E_I le potentiel d'ionisation de l'atome d'Hydrogène et Z le numéro atomique.
- Dans le cadre du couplage LS , recenser les termes spectraux d'un atome de Lithium dans l'état fondamental ainsi que dans les états excités ($1s^1 2s^2$) et ($1s^2 2s 2p$).

2. Ion hydrogénéoïde de Magnésium ($Z = 12$) et raie Lyman α .

- La raie Lyman α correspond à une transition des états ($n = 2, l = 1$) vers l'état fondamental du système. Calculer son énergie ainsi que sa longueur d'onde dans le modèle de Bohr.
- Expérimentalement, on observe un doublet dont les composantes sont séparées de $6 \cdot 10^{-4}$ nm.
 - L'existence de ce doublet est attribuée à une structure fine des niveaux d'énergie. Expliquer.
 - En supposant que le Hamiltonien de structure fine puisse se ramener au seul terme de couplage spin-orbite, calculer l'amplitude $a\hbar^2$ de ce couplage.

3. Structure fine et effet Zeeman sur l'atome d'Hydrogène

- En tenant compte de la « structure fine », recenser les états d'un atome hydrogénéoïde ayant la valeur $n = 3$ du nombre quantique principal. Les écrire dans la base $|n, l, s, j, m_j\rangle$ ainsi qu'en notation spectroscopique $n l_j$.
- Dénombrer les niveaux d'énergie dans le cadre du modèle de Dirac, c'est à dire lorsque la correction énergétique associée à la structure fine s'écrit
$$\Delta E_{SF} = \frac{mc^2 Z^4 \alpha^4}{2n^3} \left(\frac{3}{4n} - \frac{2}{2j+1} \right).$$
 - Calculer la position énergétique de ces niveaux par rapport à E_3 , énergie en l'absence de structure fine. On pourra utiliser $mc^2 \alpha^4 \approx 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$.
- Pour un champ magnétique \mathbf{B} , dirigé selon Oz et suffisamment faible, on peut écrire le hamiltonien Zeeman sous la forme: $\widehat{W}_{Zee} = g_j \frac{\mu_B}{\hbar} B \hat{j}_z$ avec
$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}.$$
 - Établir, pour les états $|n, l, s, j, m_j\rangle$, l'expression de la correction énergétique ΔE_{Zee} , associée à \widehat{W}_{Zee} .

(T.S.V.P)

- ii. Calculer l'effet qu'aurait cette correction sur les états $3d_{5/2}$ dans un champ $B = 1$ Tesla.
- iii. Calculer la limite supérieure de la valeur du champ magnétique pour que l'effet de celui-ci reste « faible » devant la structure fine. On pourra utiliser le critère $\Delta E_{SF} \approx 10 \Delta E_{Zee}$.

4. Distorsion centrifuge d'une molécule diatomique

Il s'agit ici de proposer des améliorations au modèle du rotor rigide.

- a. Rappeler la forme générale de l'énergie de rotation E_J en fonction de la constante rotationnelle B .
- b. Calcul de la distorsion centrifuge D .
 - i. Rappeler l'expression du moment cinétique de rotation. On notera ω la pulsation.
 - ii. En considérant que les deux atomes sont liés par un ressort de raideur k (hypothèse harmonique), expliciter l'équilibre entre forces d'inertie et élastique.
 - iii. Déduire la nouvelle distance d'équilibre en fonction de k et ω .
 - iv. Retrouver alors l'expression de l'énergie et donner celle de D .
 - v. Quel est l'effet de la distorsion centrifuge sur l'espacement des niveaux d'énergie ? Commentaires.